*/ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{xe^x}{e^x\left(1-\dfrac{1}{e^x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\underbrace{1-\dfrac{1}{e^x}}_{\to 0}}=\dfrac{+\infty}{1}=+\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2e^x=0$ (formule)

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x^ne^x=0$ (formule)

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2.e^{\frac{1}{x}}=+\infty\times 1=+\infty$

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x+\dfrac{1}{x}.e^x=0+0=0$

*/ $\begin{cases}Posons\ X=x\ln 2\\ x=\dfrac{X}{\ln 2}\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x\ln 2}-1}{x}=\lim\limits_{X\to0}\dfrac{e^X-1}{X.\dfrac{1}{\ln 2}}$

$=\lim\limits_{X\to0}\dfrac{e^X-1}{X}.\dfrac{1}{\dfrac{1}{\ln 2}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{\ln 2}}=\ln 2.$

Remarque : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{ax}-1}{x}=a\ ;a\in IR^*$

*/ • Pour $x>0$: posons $t=\dfrac{1}{x}$.

$\lim\limits_{x\to0^+}x^2.e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{e^t}{t^2}=+\infty$

• Pour $x<0$: posons $t=\dfrac{1}{x}$.

$\lim\limits_{x\to0^-}x^2.e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{t\to-\infty}\dfrac{1}{t^2}\times e^t=0.$

Conclusion :

$\lim\limits_{x\to0^-}x^2.e^{\frac{1}{x}}\neq\lim\limits_{x\to0^+}x^2.e^{\frac{1}{x}}$. Donc

$x^2e^{\frac{1}{x}}$ n'a pas de limite en 0.

*/

$\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to0^+}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$; posons $X=\dfrac{1}{x}$

$=\lim\limits_{X\to+\infty}(1-X).e^X=-\infty$

*/ posons $X=1+e^x$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\left(1+e^x\right)}{e^x}=\lim\limits_{X\to+\infty}\dfrac{\ln X}{X-1}=\lim\limits_{X\to+\infty}\dfrac{\ln X}{X}.\dfrac{X}{X-1}$

$=0\times1=0$

*/ posons $X=1+e^x$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln\left(1+e^x\right)}{e^x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln X}{X-1}=1.$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{x+1}-e}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e\left(e^x-1\right)}{x}$

*/ e

$=\lim\limits_{x\to0}(e\times\dfrac{e^x-1}{x})=e$

□ □ □ □

1

*/ $\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}.=\lim\limits_{x\to0^-}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

Posons $X=\dfrac{1}{x}$

$\lim\limits_{x\to0^-}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-X)e^X$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}(1-X)e^X=\lim\limits_{x\to-\infty}e^X-Xe^X=0$

*/ $\lim\limits_{x\to0}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=?$

$\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=+\infty.$

$\lim\limits_{x\to0^-}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x=-\infty.$

Conclusion :

$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)e^x$ n'a pas de limite en 0.

*/

On a : $\lim\limits_{x\to0^+}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\ln x=(+\infty)\times(-\infty)=-\infty$

Et $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ donc $\lim\limits_{x\to0^+}e^{\left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x}=0$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn